

基于优化模型的蔬菜类商品定价与补货决策

苏 茜¹, 何暄暄¹, 卢 玥², 黄亚群¹

(1. 云南大学信息学院; 2. 云南大学软件学院, 云南 昆明 650500)

摘 要: 针对蔬菜类商品销售受时间、空间、种类和价格等诸多因素影响的问题, 提出基于优化模型的蔬菜类商品定价与补货策略, 以确保商超收益最大化。首先, 通过皮尔逊相关分析和K-means聚类, 确定不同品类及单品之间销售量的分布规律及关联关系; 其次, 基于销售量和定价的定量关系模型及自回归移动平均模型, 建立以商超收益最大为目标的非线性优化模型, 结合改进的遗传算法, 制定短期内蔬菜品类的补货与定价决策; 再次, 在商超空间限制下, 建立蔬菜单品的优化选择模型, 利用贪心策略和求解器确定指定日期的单品组合及其补货与定价方案。实验结果表明, 该方法能帮助商超制定出品类在短期和单品组合指定日期较为合理的定价和补货决策。

关键词: 蔬菜类商品; 优化模型; 商品定价; 补货决策; 遗传算法; 贪心算法

DOI: 10.11907/rjdk.241290

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1672-7800(2025)006-0087-08

Pricing and Replenishment Decision-Making for Vegetable Products Based on Optimization Models

SU Qian¹, HE Xuanxuan¹, LU Yue², HUANG Yaqun¹

(1. School of Information Science and Engineering, Yunnan University;

2. School of Software, Yunnan University, Kunming 650500, China)

Abstract: Aiming at the problem that the sales of vegetable products are influenced by many factors such as time, space, variety and price, an optimization model-based pricing and replenishment strategy for vegetable products is proposed to ensure the maximization of supermarket revenue. Firstly, Pearson correlation analysis and K-means clustering are used to determine the distribution and correlation of sales volume between different categories and individual products. Secondly, based on a quantitative relationship model between sales and pricing, as well as an autoregressive moving average model, a nonlinear optimization model with the goal of maximizing the profit of supermarkets is established. Combined with improved genetic algorithm, short-term replenishment and pricing decisions for vegetable categories are made. Thirdly, under the limitation of supermarket space, an optimization selection model for individual products is established, and the greedy algorithm and solver are used to determine the combination of individual products and its replenishment and pricing plan on the specified date. The experimental results show that the proposed method can help supermarkets make more reasonable pricing and replenishment decisions for vegetable categories in the short term and individual products on the specified date.

Key Words: vegetable products; optimization model; products pricing; replenishment decision; genetic algorithm; greedy algorithm

0 引言

在生鲜商超中,蔬菜类商品的货架期普遍较短,品相会随着销售时间的增加而变差,因而该类商品需要在短暂

的保鲜期内售出,隔日蔬菜只能打折销售,给商家收益带来一定影响^[1]。蔬菜品种繁多,原产地各不相同,且补货交易发生在每日凌晨,商超通常在不知道单品种类和批发价格的情况下,仅根据历史销售作出各品类蔬菜的当日补货决策,很难做到精准预测市场需求^[2]。同时,受场地限

收稿日期: 2024-04-26

扫描二维码阅读全文:



基金项目: 云南省基础研究计划项目(202401AT070471); 云南省教育厅科学研究基金项目(2024J0028); 云南大学教育教学改革项目(2023Y04, 2023Y05); 云南大学信息学院教育教学改革项目(Y3000211)

作者简介: 苏茜(1983-), 女, CCF会员, 云南大学信息学院讲师, 研究方向为分布式计算与网络资源分配、数学建模; 黄亚群(1971-), 女, CCF会员, 云南大学信息学院副教授, 研究方向为智能计算方法与应用。本文通讯作者: 黄亚群。

制,商超每日不可能对各品类下的所有单品都进货,只能选择需求高、收益大的部分单品,按货架的陈列量进行补货。考虑商品销售量与价格相关,参照价格效应对消费者购买意愿的影响^[3],商超一般采取“成本加成定价”方法为蔬菜定价^[4],并对运损和品相差的蔬菜进行打折,尽量弥补损耗对收益的影响。因此,合理制定各品类及单品蔬菜的补货和定价决策,对于满足供给和需求、保障商超收益具有重要意义。

本文首先根据 2023 年全国大学生数学建模竞赛 C 题 6 个品类 251 个单品 3 年的销售流水、批发价及损耗率等数据,使用 SPSS 软件分析蔬菜各品类及单品销售量的分布规律及相互关系^[5];然后考虑商超以品类为单位做补货计划,以各品类每日定价和补货量为决策变量,建立未来短期内商超收益最大的非线性规划模型,并设计遗传算法求解各品类定价和补货方案;并且,进一步考虑商超的销售空间限制,在保证蔬菜多样性和合理供应量的情况下,优化组合各品类下的蔬菜单品,分别建立基于背包问题的单品补货模型和基于每日销量及批发价预测值的单品定价模型,并使用贪心策略和求解器获得指定日期的最佳单品进货方案。实验结果表明,本文方法可获得未来一周 6 个品类以及 7 月 1 日 33 种单品组合较为合理的定价与补货决策。

1 相关工作

目前,对商品定价与补货问题的研究主要基于博弈论、数学优化和数理分析方法,分别从消费者、零售商和商品 3 个层面展开。

消费者的策略性行为、退货和购买心理对零售商运营决策的影响是一个研究热点。文献[6]定义了 3 种类型的消费者:总是以全价购买的短视者、仅在折扣力度足够大时购买的贪便宜者以及能对购买作出理性选择的策略者,当策略型消费者与零售商之间的博弈达到均衡时,零售商根据对价格、库存等的理性预期作出最优决策。考虑到策略型消费者对产品估值的异构性和无缺陷退货行为,文献[7]利用理性预期均衡建立了两阶段决策模型,并结合产品的耐用性,得到允许和不允许无缺陷退货两种模式下零售商的定价区间和订货策略。文献[8]研究了考虑策略型消费者行为的动态定价问题,建立了供过于求和供不应求两种情况下的零售商与消费者之间的博弈模型。基于概率分布模型,文献[9]考虑了存在风险偏好和价值递减消费者的联合定价和库存问题,文献[10]研究了消费者具有异质敏感度情况下易腐产品的联合定价和补货模型。

零售商的资金约束、销售心理等对商品定价和进货的影响不容忽视。为缓解资金短缺压力,文献[11]针对零售商的延期支付期限大于和小于订货周期两种情况制定了最优订货策略。文献[12]中,零售商从供应商处获得商业

信用以便部分支付进货成本,其余费用在期末支付。文献[13]不仅允许零售商延期支付尾款,供应商还为能提前付款的零售商提供一定的折扣奖励。以上研究均采用微分方程对进货问题进行建模。为了权衡利润和风险,零售商往往会产生一些导致决策偏差的心理行为。文献[14]和[15]分别借助方差分析和理性均衡,讨论了过度自信对零售商最优决策和利润的影响。基于效用函数,文献[16]研究了考虑零售商失望规避与欣喜寻求的定价与订货联合决策,文献[17]分析了零售商后悔规避行为对库存控制和定价决策的影响。此外,还关注商家的广告商誉影响,建立了易腐品定价和库存管理的动态规划模型^[18]。

零售商对生鲜商品,比如蔬菜、水果、海鲜和肉类等的进货和定价决策常取决于新鲜度、损耗、库存和折扣等因素。文献[19]提出一种与实时新鲜度相匹配的多批次生鲜产品动态规划定价策略。文献[20]综合考虑新鲜度、时变需求和价格折扣等多方面因素,构建了允许缺货前提下的生鲜产品多级库存与定价模型。文献[21]建立了一个基于质量和数量双重损耗的生鲜产品零售定价和订购联合决策模型。文献[22]在新鲜果蔬物理量和质量同时发生质变以及需求受质量和价格影响的情况下,建立了采用保鲜技术的库存定价模型。文献[23]指出易腐产品的需求量取决于价格、新鲜度和陈列库存,通过将传统的零期末存货假设放宽为非零期末存货获得最优售价、销售周期和非零期末库存水平。上述文献主要利用微分方程进行建模以解决生鲜商品的定价与补货问题。

综上所述,现有基于数学优化的研究大多通过微分方程、差分方程、概率模型和动态规划制定商品定价与补货决策,运用线性优化和非线性优化建模的研究还不多见。与此同时,随着商品类型的不断丰富,商品分类及二级分类、零售商货架陈列量等因素也会对定价与补货产生相应影响,现有研究较少关注这方面的工作。本文针对蔬菜这类生鲜商品按品类划分大类、每个品类又包含若干单品的特点,考虑品类与单品之间的销售关系,分别为品类和单品制定基于优化模型的定价与补货决策。

2 不同品类与单品间的销售量分析

利用 SPSS 软件对文献[5]C 题附件 1-4 的数据进行缺失值分析和异常值剔除,并探究各品类与单品蔬菜销售量分布规律及相关性。

2.1 各品类蔬菜销售量分布规律

汇总各品类蔬菜的月销量,得到其随时间变化的分布规律,如图 1 所示。

可以看出,花叶类蔬菜月销量最高,其次为辣椒类和食用菌。大部分品类的月销量变化趋势相似,在每年 7-10 月达到高峰,1-4 月处于低谷。反映出蔬菜类商品的销售量与时间存在一定关联关系,销量较大的时段恰好是蔬菜

供应品种较为丰富的月份。

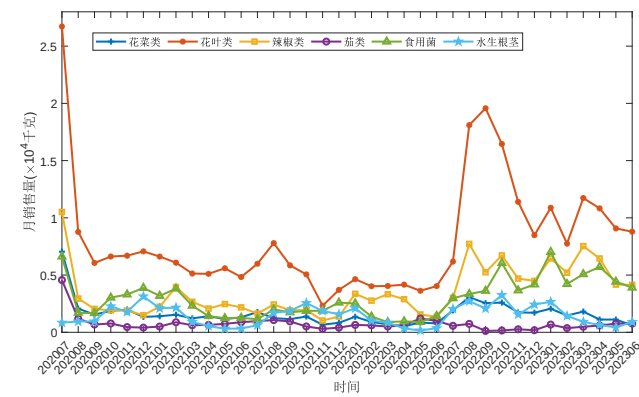


Fig. 1 The distribution pattern of monthly sales of various categories of vegetables over time

图1 各品类蔬菜月销量随时间变化的分布规律

2.2 不同品类与单品蔬菜销售量相关关系

绘制各品类蔬菜的月销量散点矩阵,如图2所示。可以看出,大部分品类的月销量之间成正相关关系,部分品类销量之间存在线性关系,仅水生根茎类与茄类成负相关关系。

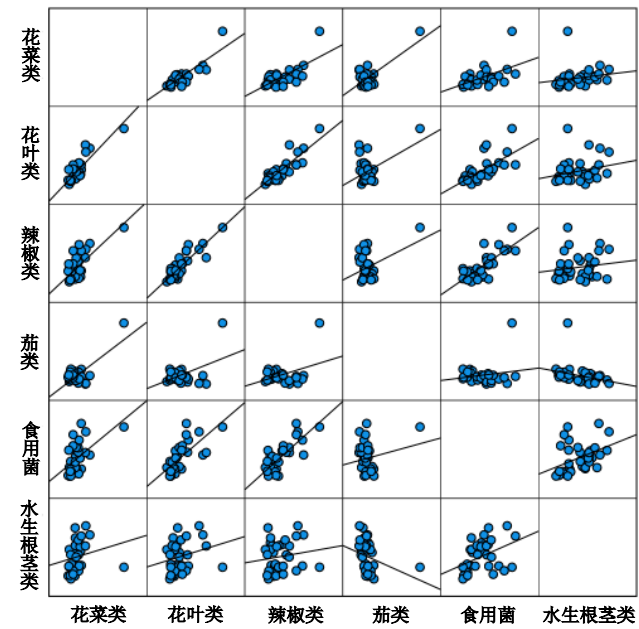


Fig. 2 Scatter matrix of monthly sales of various categories of vegetables

图2 各品类蔬菜的月销量散点矩阵

进一步采用皮尔逊相关分析法计算各品类间的相关系数^[24]。由图3可知,品类之间的绝大多数相关系数为正值,进一步证明了彼此间的正相关性。同时,多个品类之间的显著性指标小于0.01,比如:花菜类与花叶类、辣椒类与茄类、食用菌与花叶类等,在销量上相关性较强。

对不同品类下各单品蔬菜的日销量进行 K-means 聚类,绘制出如图4所示的谱系图,并计算各单品间的相关系数,定量分析相关性。不同品类的单品之间也存在一定

		相关性					
花菜类	皮尔逊相关性	1	.852**	.705**	.740**	.542**	.193
	显著性 (双尾)		<.001	<.001	<.001	<.001	.259
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						
花叶类	皮尔逊相关性	.852**	1	.868**	.478**	.697**	.242
	显著性 (双尾)	<.001		<.001	.003	<.001	.155
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						
辣椒类	皮尔逊相关性	.705**	.868**	1	.397**	.787**	.148
	显著性 (双尾)	<.001	<.001		.016	<.001	.390
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						
茄类	皮尔逊相关性	.740**	.478**	.397**	1	.187	-.291
	显著性 (双尾)	<.001	.003	.016		.275	.085
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						
食用菌	皮尔逊相关性	.542**	.697**	.787**	.187	1	.422*
	显著性 (双尾)	<.001	<.001	<.001	.275		.010
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						
水生根茎类	皮尔逊相关性	.193	.242	.148	-.291	.422*	1
	显著性 (双尾)	.259	.155	.390	.085	.010	
	个案数	36	36	36	36	36	36
	数据缺失						

** 在 0.01 级别 (双尾), 相关性显著。

* 在 0.05 级别 (双尾), 相关性显著。

Fig. 3 Correlation analysis results

图3 相关性分析结果

的相关关系,比如:七彩椒和双孢菇因菜品搭配、鲜粽叶和艾蒿由于节日原因,彼此具有较强的销售相关性。

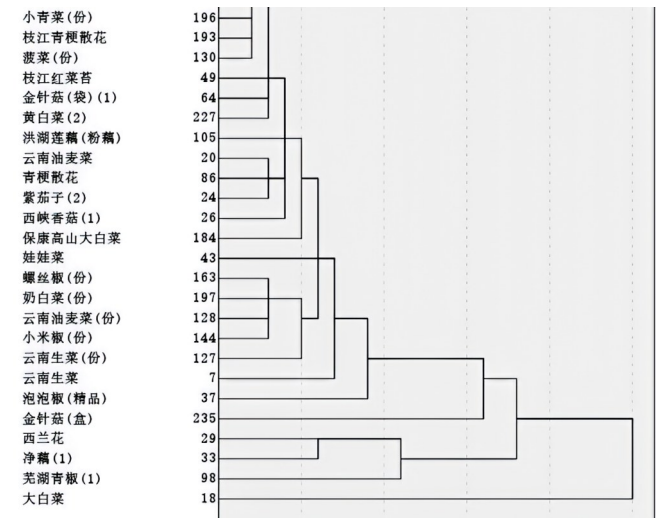


Fig. 4 Cluster pedigree of different individual products (partial)

图4 不同单品聚类谱系图 (部分)

3 品类定价与补货优化模型

商品的成本加成定价=单位成本×(1+利润率),利润率=(单位售价-单位成本)/单位成本,已知单位售价和单位成本即可计算各品类蔬菜的成本加成定价。

3.1 销售量与定价关系模型

经统计,各品类的日总销量与成本加成定价的数据点较集中,非线性关系较复杂。因此,对各品类的月平均销量与成本加成定价进行多项式拟合,以定量表示每种品类的销量与定价关系。

令 m_i 和 x_i 分别表示品类 i 的月平均销量和成本加成定价,则各品类的拟合函数如式(1)一式(6)所示。6个函数的拟合优度均在0.866 2以上,不仅具有较好的拟合效果,还有效避免了过高次多项式导致的过度拟合噪声。

花菜类:

$$m_1 = -0.0002013x_1 + 12.89 \quad (1)$$

花叶类:

$$m_2 = -0.0049x_2^2 + 1.312x_2 + 110.3 \quad (2)$$

辣椒类:

$$m_3 = 0.0056x_3^2 - 603x_3 + 119 \quad (3)$$

茄类:

$$m_4 = -0.01791x_4^4 + 0.746x_4^3 - 11.25x_4^2 + 72.23x_4 - 158.3 \quad (4)$$

食用菌:

$$m_5 = -0.03299x_5^4 + 1.312x_5^3 - 18.93x_5^2 + 116.4x_5 - 245.5 \quad (5)$$

水生根茎类:

$$m_6 = -0.009542x_6^4 + 0.5113x_6^3 - 9.827x_6^2 + 77.85x_6 - 192.5 \quad (6)$$

3.2 品类批发价预测

为制定品类定价与补货策略,需对各品类日批发价格随时间变化的趋势进行分析。利用 MATLAB 小波分析工具箱的频域特性分析,发现各品类日批发价格时间序列呈现周期性,并经过平稳性检验、白噪声检验及模型残差分析,时间序列满足使用自回归移动平均模型(Auto Regressive Integrated Moving Average Model, ARIMA)^[25]的基本条件。因此,可选用 ARIMA(1,0,1)预测未来短期内各品类的平均批发价格。

3.3 品类定价与补货模型

根据各品类销量与定价的关系模型和 ARIMA 模型预测的日批发价格构建各品类的自动定价和补货优化模型。设决策变量为 x_{ij} 和 y_{ij} , 分别表示品类 i 第 j 天的成本加成定价和补货量。以未来 N 天商超的收益最大为目标的 M 个蔬菜品类定价与补货问题的数学形式为:

$$\max_{x,y} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (m_{ij} \cdot x_{ij} - y_{ij} \cdot p_{ij}) \quad (7)$$

$$s.t. p_{ij} \leq x_{ij} \leq p_i^{\max}, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N \quad (7a)$$

$$m_{ij} = f(x_{ij}), i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N \quad (7b)$$

$$m_{ij} + y_{ij} \cdot r_i \leq y_{ij} \leq m_i^{\max}, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N \quad (7c)$$

$$x_{ij} > 0, y_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N \quad (7d)$$

其中, m_{ij} 和 p_{ij} 分别表示品类 i 第 j 天的销售总量和批发价格, $p_i^{\max}$ 、 $m_i^{\max}$ 和 r_i 分别表示品类 i 的历史最高售价、最高日销量和损耗率。

目标函数(7)中,商超的收益等于总销售额与总成本的差值,假设损耗成本包含在总成本中,损耗部分不计入销售量(它们没有收益只有批发成本损耗),且忽略退货对收益的影响。约束条件(7a)表示为了保证商超收益,各品类的成本加成定价不仅应高于当天批发价,而且应低于历史最高价。约束条件(7b)是由式(1)一式(6)推导出的各品类每日销量与定价的函数关系。约束条件(7c)表示每种品类的当日补货量不得小于销售量与损耗量之和,且由于商场的库存总量限制,该品类的补货量不能超过历史最高销售量。式(7d)为决策变量的取值范围,为保证商超收益和满足顾客需求,定价和补货量需为正值。

上述模型中,优化目标(7)及约束条件(7b)和(7c)为

非线性函数,最优解难以在多项式时间内获得,因此设计相应的遗传算法求解各品类蔬菜定价和补货量的近似最优解,具体步骤详见算法1。定义种群为各品类在未来一周的定价与补货策略,个体为某品类在一天的定价与补货策略,个体的适应度函数值为某品类在某天的利润和。

算法1 品类定价与补货遗传算法

输入:初始化最大迭代次数 $n_{\max}$ 、适应度函数阈值 $f_{\max}$ 、种群规模 S 、交叉概率 p_c 、变异概率 p_m 、各品类蔬菜定价及补货量的历史上、下限。

输出:各品类蔬菜未来 N 天的定价及补货策略。

步骤:1. 初始化参数 $n_{\max}$ 、 $f_{\max}$ 、 S 、 p_c 、 p_m ;

2. 在定价及补货量上、下限范围内随机生成初始种群 P^0 ;

3. FOR 初始种群 P^0 的每个个体 DO

4. 利用式(7)计算每个个体的适应度函数值 f_{ij} ;

5. END FOR

6. WHILE 迭代次数 $n < n_{\max}$ OR P^0 中任一个体的适应度函数值 $f_{ij} < f_{\max}$ DO

7. 初始化空种群 P^{new} ;

8. 对 P^0 的个体按适应度函数值降序排列;

9. WHILE P^{new} 未达到规模 S DO

10. 从降序序列中依次选出2个个体;

11. 根据 P^0 中个体的适应度函数值调整 p_c 和 p_m ;

12. 生成(0,1)范围内的随机数 l_1 和 l_2 ;

13. IF $l_1 < p_c$ THEN

14. 对2个个体按交叉概率 p_c 执行交叉操作;

15. END IF

16. IF $l_2 < p_m$ THEN

17. 对2个个体按变异概率 p_m 执行变异操作;

18. END IF

19. 将2个新个体加入种群 P^{new} ;

20. END WHILE

21. $P^0 \leftarrow P^{\text{new}}$;

22. END WHILE

随着种群的迭代,算法1采用自适应方式^[26]对交叉概率 p_c 和变异概率 p_m 作出调整,以提高算法收敛精度和速度。开始时,设置 $p_c = 0.05$ 和 $p_m = 0.005$,之后在每一轮迭代中分别利用式(8)一式(9)计算 p_c 和 p_m 的值:

$$p_c = \begin{cases} \frac{k_1 \cdot (f_{\max}^{P^0} - \hat{f})}{f_{\max}^{P^0} - f_{\text{avg}}^{P^0}}, & \hat{f} \geq f_{\text{avg}}^{P^0} \\ k_2, & \hat{f} < f_{\text{avg}}^{P^0} \end{cases} \quad (8)$$

$$p_m = \begin{cases} \frac{k_3 \cdot (f_{\max}^{P^0} - f)}{f_{\max}^{P^0} - f_{\text{avg}}^{P^0}}, & f \geq f_{\text{avg}}^{P^0} \\ k_4, & f < f_{\text{avg}}^{P^0} \end{cases} \quad (9)$$

其中, $f_{\max}^{P^0}$ 和 $f_{\text{avg}}^{P^0}$ 分别为种群 P^0 中个体的最大及平均适应度函数值, $\hat{f}$ 为要交叉的两个个体中较大的适应度函数值, f 为要变异个体的适应度函数值, k_1 、 k_2 、 k_3 和 k_4 为常数。

4 单品定价与补货优化模型

商超对蔬菜类商品的销售空间有限,需要进一步制定单品的补货和定价方案,使得新策略既能满足商品多样性和合理的供应量,又能保证商超的收益。

4.1 单品补货模型

针对最大化商超收益各品类下的单品补货问题,可先基于品类定价与补货优化模型求出品类补货量,再建立各品类中单品的选择模型。

本文将单品某一天的补货问题转换为多背包问题,其中背包数量为品类总数 M ,品类 i 第 j 天的补货量 y_{ij} 对应背包 i 的容量(j 为确定值),蔬菜单品对应可供选择的物品,品类 i 中单品 t 的补货量 $\tilde{y}_{ijt}$ 和单位利润 s_{ijt} 作为物品属性。定义0-1变量 z_{ijt} 表示第 j 天品类 i 中单品 t 是否被选择,则使商超收益最大的单品补货问题的数学形式为:

$$\max_{\tilde{y}, z} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^{n_i} \tilde{y}_{ijt} \cdot z_{ijt} \cdot s_{ijt} \quad (10)$$

$$s.t. \sum_{t=1}^{n_i} \tilde{y}_{ijt} \cdot z_{ijt} \leq y_{ij}, i = 1, 2, \dots, M \quad (10a)$$

$$n^{\min} \leq \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^{n_i} z_{ijt} \leq n^{\max} \quad (10b)$$

$$\tilde{y}_{it}^{\max} \geq \tilde{y}_{ijt} \geq c^{\min}, i = 1, 2, \dots, M, t = n_1, n_2, \dots, n_M \quad (10c)$$

$$z_{ijt} \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, M, t = n_1, n_2, \dots, n_M \quad (10d)$$

其中, j 为指定的某一日期, $n_1, n_2, \dots, n_M$ 分别表示每种品类包含的单品总数, $n^{\min}$ 和 $n^{\max}$ 表示可售单品总数的上下限, $c^{\min}$ 为各单品的最小陈列量, $\tilde{y}_{it}^{\max}$ 为品类 i 中单品 t 的历史最高日销量。

目标函数(10)表示该日期补货的单品产生的总利润,约束条件(10a)表示某品类中各单品的订购量之和不能超过该品类的总补货量,约束条件(10b)表示对订购的单品种数的限制,式(10c)表示决策变量 $\tilde{y}_{ijt}$ 的取值约束,即 $\tilde{y}_{ijt}$ 为介于最小陈列量和历史最高日销量之间的实数,式(10d)表示 z_{ijt} 为二进制变量,其值只能取整数0或1。

上述优化模型为混合整数非线性规划,本文采用贪心算法进行求解。贪心策略依赖于历史数据中单品的单位利润,在满足约束条件的情况下优先选择单位利润较高的单品,并尽量用完各品类的补货量额度。

4.2 单品定价模型

对于单品定价问题,若能提前预知各单品的销售量和批发价格,则可借鉴品类定价思路推出相应的单品定价模型。

不论供给还是需求,各蔬菜单品的销售量与时间之间都存在一定的关联关系。因此,基于单品的短期小样本时间序列数据,本文采用灰色预测模型,对各单品未来的日销量 $\tilde{m}_{ijt}$ 和日批发价 $\tilde{p}_{ijt}$ 进行预测。定义 w_{ijt} 为第 j 天品类 i 中单品 t 的成本加成定价利润率,则成本加成定价为 $\tilde{p}_{ijt} \cdot$

$(1 + w_{ijt})$ 。以商超当日收益最大为目标的单品定价模型的数学形式为:

$$\max_w \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^{n_i} \{ \tilde{m}_{ijt} \cdot \tilde{p}_{ijt} \cdot (1 + w_{ijt}) - \tilde{p}_{ijt} \cdot \tilde{y}_{ijt} \} \quad (11)$$

$$s.t. w_{ijt} \leq \frac{\tilde{p}_{it}^{\max} - \tilde{p}_{ijt}}{\tilde{p}_{ijt}} \cdot 100\%, i = 1, 2, \dots, M, t = n_1, n_2, \dots, n_M \quad (11a)$$

$$0 \leq w_{ijt} \leq 150\%, i = 1, 2, \dots, M, t = n_1, n_2, \dots, n_M \quad (11b)$$

其中,利润率 w_{ijt} 为决策变量; j 为指定的某一天, $\tilde{p}_{it}^{\max}$ 为品类 i 中单品 t 的历史最高售价。

目标函数式(11)中, $\tilde{m}_{ijt}$ 和 $\tilde{p}_{ijt}$ 为预测值, $\tilde{y}_{ijt}$ 由4.1节求得,要使该函数最大,只需使被减数部分最大即可,因此目标函数(11)可简化为:

$$\max_w \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^{n_i} \tilde{m}_{ijt} \cdot \tilde{p}_{ijt} \cdot (1 + w_{ijt}) \quad (12)$$

由于定价过高的单品不易售卖,约束条件式(11a)要求每个单品的利润不能超过历史最高利润。此外,忽略商品打折情况,单品定价应大于批发价,但考虑到顾客的消费心理,规定利润至多为单品批发价的1.5倍,如约束条件式(11b)。

5 实验与结果分析

本文在MATLAB R2021b平台上,利用2023年全国大学生数学建模竞赛C题数据开展未来一周6个品类和7月1日最佳单品组合的定价与补货实验。

5.1 未来一周6个品类的定价与补货

通过ARIMA(1,0,1)预测未来一周6个品类的平均批发价格,如表1所示。可以看到,7月1日和7月2日为双休日,多数品类蔬菜的批发价要略高于工作日,这与实际情况相符。对比真实值^[5]和预测值,各蔬菜品类批发价格时间序列的拟合优度都达到0.9以上,说明ARIMA具有较高的预测准确性。

Table 1 Wholesale price for 6 categories in the next week

日期	花菜类	花叶类	辣椒类	茄类	食用菌	水生根茎类
7月1日	3.399	8.170	5.174	4.535	4.429	12.547
7月2日	3.444	8.099	5.172	4.537	4.427	12.545
7月3日	3.420	8.031	5.171	4.540	4.425	12.543
7月4日	3.429	7.965	5.169	4.542	4.422	12.542
7月5日	3.423	7.902	5.167	4.545	4.420	12.540
7月6日	3.424	7.841	5.165	4.547	4.418	12.539
7月7日	3.424	7.782	5.163	4.549	4.415	12.537

基于品类的批发价,算法1求得未来一周6个品类的定价与补货量如表2和表3所示。

为了评估算法1的性能,本文对比了采用传统遗传算法的求解结果,如表4和表5所示。在传统遗传算法中,交叉概率和变异概率不随算法执行而调整,实验中令 p_c 和 p_m 恒为0.05和0.005。

Table 2 Pricing for 6 categories in the next week through algorithm 1

表2 算法1求得的未来一周6个品类定价 (元/kg)						
日期	花菜类	花叶类	辣椒类	茄类	食用菌	水生根茎类
7月1日	13.56	9.44	11.15	7.83	13.20	14.16
7月2日	12.52	9.40	10.56	7.79	13.67	13.12
7月3日	12.75	9.38	11.65	7.25	12.43	13.14
7月4日	11.24	9.40	12.33	6.86	13.42	13.13
7月5日	13.09	9.37	11.04	7.92	13.29	13.12
7月6日	11.22	9.39	11.01	7.15	11.48	12.73
7月7日	11.67	9.26	10.99	7.69	11.93	12.55

Table 3 Replenishment volume for 6 categories in the next week through algorithm 1

表3 算法1求得的未来一周6个品类补货量 (元/kg)						
日期	花菜类	花叶类	辣椒类	茄类	食用菌	水生根茎类
7月1日	20.312	142.931	96.039	23.179	51.284	20.422
7月2日	16.359	116.988	72.971	18.492	39.289	16.854
7月3日	14.465	101.132	63.167	15.624	35.059	13.971
7月4日	15.174	114.610	70.291	17.291	41.217	15.046
7月5日	17.043	126.951	78.739	20.045	45.481	17.689
7月6日	18.194	139.257	88.350	22.168	49.523	18.551
7月7日	17.531	134.655	85.176	21.451	47.341	18.021

以2022年同期(2022年7月1日—7月7日)和2023年近期(2023年6月)销售数据^[5]为基准,传统遗传算法求出的定价和补货量数据差异较算法1大得多,而且表4中花菜类、花叶类、茄类和食用菌的定价在一周7天内都保持不变,这与实际情况不符。

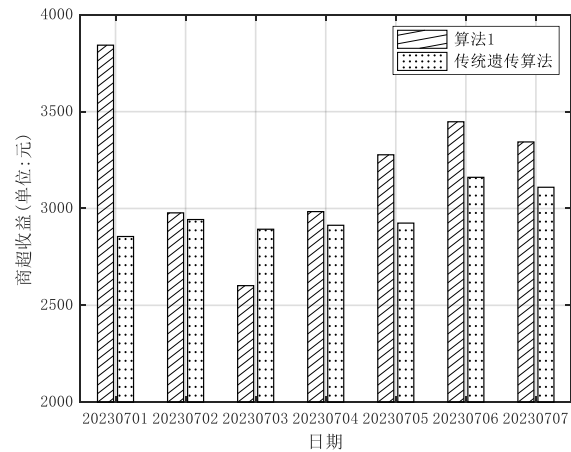
Table 4 Pricing for 6 categories in the next week through the traditional genetic algorithm

表4 传统遗传算法求得的未来一周6个品类定价 (元/kg)						
日期	花菜类	花叶类	辣椒类	茄类	食用菌	水生根茎类
7月1日	9.85	6.53	9.14	6.73	8.64	12.84
7月2日	9.85	6.53	9.9	6.73	8.64	12.84
7月3日	9.85	6.53	9.9	6.73	8.64	12.84
7月4日	9.85	6.53	9.9	6.73	8.64	12.59
7月5日	9.85	6.53	9.9	6.73	8.64	12.59
7月6日	9.85	6.53	11.43	6.73	8.64	12.59
7月7日	9.85	6.53	11.43	6.73	8.64	12.55

Table 5 Replenishment volume for 6 categories in the next week through the traditional genetic algorithm

表5 传统遗传算法求得的未来一周6个品类补货量 (元/kg)						
日期	花菜类	花叶类	辣椒类	茄类	食用菌	水生根茎类
7月1日	22.27	129.81	93.91	33.38	45.13	24.56
7月2日	21.03	126.08	96.21	34.46	46.37	25.5
7月3日	21.35	125.61	93.7	35.3	47.76	22.16
7月4日	21.31	126.78	93.77	35.03	45.78	25.09
7月5日	22.97	129.97	93.44	32.3	45.75	24.77
7月6日	22.97	131.73	95.3	32.81	51.69	25.24
7月7日	22.31	130.51	93.97	35.24	48.03	24.81

进一步,两种方法所获得的商超收益情况如图5所示,除7月3日外,算法1的日收益均高于传统遗传算法求出的结果,因此本文设计的方案更优。

**Fig. 5 A comparative analysis of daily revenues of retailer between the proposed method and traditional genetic algorithm****图5 本文方法与传统遗传算法的商超日收益比较**

5.2 7月1日最佳单品组合定价与补货

指定补货日期为7月1日,由表3可知各品类补货总量为[20.312, 142.931, 96.039, 23.179, 51.284, 20.422]。根据贪心策略,由2023年6月24~30日所售单品的销售价格和销售量计算单位利润,然后对单品按照单位利润降序排列。当可售单品总数控制在27~33个,单品最小陈列量为2.5 kg时,可求得33种进货单品及其补货量如表6所示。

Table 6 Replenishment volume for 33 individual products on July 1st through the greedy algorithm

表6 贪心算法求得的7月1日33种单品补货量 (kg)					
单品名	补货量	单品名	补货量	单品名	补货量
西兰花	20.312	菠菜	6.446	外地茼蒿	16.611
上海青	7.592	云南生菜	8.942	云南油麦菜	6.145
小青菜(1)	8.34	奶白菜	11.759	木耳菜	7.412
红薯尖	6.245	木耳菜(份)	7.561	苋菜	6.071
竹叶菜	8.435	菜心	14.956	菠菜(份)	16.587
娃娃菜	9.829	七彩椒(2)	4.872	红椒(2)	6.537
螺丝椒	10.037	小米椒(份)	14.788	姜蒜小米椒组合装(小份)	43.682
青红杭椒组合装(份)	12.514	芜湖青椒(1)	3.609	长线茄	4.891
紫茄子(2)	12.857	圆茄子(2)	5.431	西峡花菇(1)	14.686
白玉菇(袋)	27.665	鲜木耳(份)	8.933	金针菇(盒)	18.331
红莲藕带	7.542	净藕(1)	7.997	菱角	2.254

接下来,对求出的33种单品进行定价。首先,对表6中33种单品6月24~30日的销售量和批发价数据进行级比检验,级比值都位于区间(0.779, 1.284)内,适用灰色预测模型;其次,预测7月1日33种单品的销量和批发价;最后,将预测数据代入单品定价模型(11),通过IBM CPLEX^[27]求得7月1日33种单品的利润率和成本加成定价分别如表7和表8所示。

Table 7 Profit margin for 33 individual products on July 1st through CPLEX

表 7 CPLEX 求得的 7 月 1 日 33 种单品利润率 (%)					
单品名	利润率	单品名	利润率	单品名	利润率
西兰花	111.87	菠菜	124.78	外地茼蒿	94.21
上海青	134.21	云南生菜	68.4	云南油麦菜	105.88
小青菜(1)	140.22	奶白菜	138.71	木耳菜	63.44
红薯尖	94.01	木耳菜(份)	72.5	苋菜	115.59
竹叶菜	46.21	菜心	63	菠菜(份)	118.56
娃娃菜	47.46	七彩椒(2)	59.27	红椒(2)	74.51
螺丝椒	61.12	小米椒(份)	102.33	姜蒜小米椒组合装(小份)	96.43
青红杭椒组合装(份)	127.36	芜湖青椒(1)	85.72	长线茄	88.87
紫茄子(2)	58.2	圆茄子(2)	71.1	西峡花菇(1)	66.31
白玉菇(袋)	125.29	鲜木耳(份)	127.2	金针菇(盒)	98.53
红莲藕带	55.24	净藕(1)	95.47	菱角	77.14

Table 8 Cost-plus pricing for 33 individual products on July 1st through CPLEX

表 8 CPLEX 求得的 7 月 1 日 33 种单品成本加成定价 (元/kg)					
单品名	定价	单品名	定价	单品名	定价
西兰花	15.38	菠菜	21.986	外地茼蒿	20.6
上海青	9.539	云南生菜	9.444	云南油麦菜	5.802
小青菜(1)	6.030	奶白菜	6.347	木耳菜	5.032
红薯尖	4.631	木耳菜(份)	2.36	苋菜	4.911
竹叶菜	3.075	菜心	7.547	菠菜(份)	8.974
娃娃菜	6.565	七彩椒(2)	20.387	红椒(2)	22.267
螺丝椒	16.144	小米椒(份)	4.563	姜蒜小米椒组合装(小份)	4.257
青红杭椒组合装(份)	6.787	芜湖青椒(1)	6.664	长线茄	13.33
紫茄子(2)	5.632	圆茄子(2)	4.765	西峡花菇(1)	25.944
白玉菇(袋)	7.23	鲜木耳(份)	2.954	金针菇(盒)	5.122
红莲藕带	8.296	净藕(1)	20.085	菱角	16.207

在通过贪心算法和灰色预测模型求出 33 种单品补货量、销量和批发价的基础上,利用 CPLEX 计算的成本加成定价最优。为了说明这一点,本文对比了粒子群算法的求解结果,设模型的惯性权重和学习因子分别为 0.5 和 2.0,由粒子群算法求出的 33 种单品成本加成定价如表 9 所示。从表 8 和表 9 可知,除下划线加粗标注的 8 种单品外,本文方法的成本加成定价均高于粒子群算法,从而使商超多收益 158.19 元。

6 结语

本文通过分析蔬菜类商品的销售数据,探究了不同品类及单品间的相关关系。针对蔬菜品类的补货与定价问题,基于销售量和定价的定量关系以及 ARIMA 时间序列预测模型,建立了非线性优化模型,并设计了相应的遗传算法以获得问题的近似最优解。针对商超销售空间受限下的单品选择问题,基于组合优化理论,分别建立了单品

Table 9 Cost-plus pricing for 33 individual products on July 1st through particle swarm algorithm

表 9 粒子群算法求得的 7 月 1 日 33 种单品成本加成定价 (元/kg)					
单品名	定价	单品名	定价	单品名	定价
西兰花	11.323	菠菜	18.826	外地茼蒿	19.92
上海青	8.846	云南生菜	10.719	云南油麦菜	3.82
小青菜(1)	6.964	奶白菜	3.804	木耳菜	4.842
红薯尖	6.411	木耳菜(份)	1.685	苋菜	4.651
竹叶菜	4.24	菜心	5.271	菠菜(份)	7.99
娃娃菜	5.272	七彩椒(2)	17.78	红椒(2)	28.536
螺丝椒	15.03	小米椒(份)	5.227	姜蒜小米椒组合装(小份)	3.628
青红杭椒组合装(份)	5.620	芜湖青椒(1)	6.163	长线茄	14.433
紫茄子(2)	6.043	圆茄子(2)	5.591	西峡花菇(1)	20.33
白玉菇(袋)	6.86	鲜木耳(份)	2.718	金针菇(盒)	2.958
红莲藕带	7.341	净藕(1)	11.323	菱角	15.03

补货和定价模型,并使用贪心策略和 CPLEX 求解器获得合理的单品进货方案。若采用深度学习或强化学习进一步优化多种销售变量之间的关系,将有效减少结果误差并提高模型性能;若能及时收集到季节性供应、市场需求、仓储、折扣及损耗等数据,将更好地制定蔬菜的定价和补货决策,这是后续研究的内容。

参考文献:

[1] YANG S, HUANG X M, WANG J B. Joint pricing and shelf space allocation strategy for perishable food[J]. Supply Chain Management, 2022, 3(8): 49-59.
杨帅, 黄湘萌, 王俊斌. 生鲜食品货架分配与定价联合优化策略研究[J]. 供应链管理, 2022, 3(8): 49-59.

[2] ZHANG A. Research on the inventory control of fruit in S fresh supermarket[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
张爱. S 生鲜超市水果库存控制研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2020.

[3] WU L F. A multi-stage pricing model for fresh agricultural products base on freshness and consumer utility[J]. China Transportation Review, 2022, 44(10): 124-129.
伍丽芳. 考虑新鲜度及消费者效用的生鲜农产品多阶段定价模型[J]. 综合运输, 2022, 44(10): 124-129.

[4] MARSHALL R, JACOBS F. Cost-plus pricing[J]. SSRN Electronic Journal, 2016.

[5] Contemporary Undergraduate Mathematical Contest in Modeling. CUMCM-2023 contest problems[EB/OL]. http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/c74d72127066f510a5723a94b5323a26.html.
中国大学生数学建模竞赛. 2023 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛赛题[EB/OL]. http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/c74d72127066f510a5723a94b5323a26.html.

[6] CACHON G P, SWINNEY R. Purchasing, pricing, and quick response in the presence of strategic consumers[J]. Management Science, 2009, 55(3): 497-511.

[7] YUAN Y C, SHI K R. The retailer's decision problem considering heterogeneous strategic consumers' non-defective returns[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(6): 83-93.
原逸超, 石岩然. 考虑策略型消费者和退货的零售商定价和订货决策研究[J]. 中国管理科学, 2020, 28(6): 83-93.

[8] WANG Y L. Dynamic pricing considering strategic customers[C]//Sydney:

- International Conference on Logistics, Informatics and Service Sciences (LISS), 2016.
- [9] DU J, ZHANG J L, HUA G W, et al. Pricing and inventory management in the presence of strategic customers with risk preference and decreasing value [J]. *International Journal of Production Economics*, 2015, 164: 160–166.
- [10] HERBON A. Optimal pricing and replenishment of an expiring inventoried product under heterogeneous consumer sensitivities [J]. *Decision Sciences*, 2018, 49(3): 522–552.
- [11] MA X C, YIN N, YANG K. Optimal ordering strategy for fresh product under permissible delay in payments [J]. *Journal of WUT (Information & Management Engineering)*, 2023, 45(1): 96–102.
马晓春, 尹娜, 杨坤. 延期支付条件下生鲜产品最优订货策略 [J]. *武汉理工大学学报 (信息与管理工程版)*, 2023, 45(1): 96–102.
- [12] TIWARI S, CÁRDENAS-BARRÓN L E, GOH M, et al. Joint pricing and inventory model for deteriorating items with expiration dates and partial backlogging under two-level partial trade credits in supply chain [J]. *International Journal of Production Economics*, 2018, 200(4): 16–36.
- [13] DUARY A, DAS S, ARIF M G, et al. Advance and delay in payments with the price-discount inventory model for deteriorating items under capacity constraint and partially backlogged shortages [J]. *Alexandria Engineering Journal*, 2022, 61(2): 1735–1745.
- [14] ZHOU Y W, LIU Z R, GUO J S, et al. Research on ordering decision and coordination of overconfident retailer based on newsvendor model [J]. *Operations Research and Management Science*, 2012, 21(3): 62–66.
周永务, 刘哲睿, 郭金森, 等. 基于报童模型的过度自信零售商的订货决策与协调研究 [J]. *运筹与管理*, 2012, 21(3): 62–66.
- [15] XIA L J, HUANG Y, FENG J R, et al. Pricing and ordering policies of overconfident retailers considering strategic consumers [J/OL]. *Chinese Journal of Management Science*, 2024–02–08. <https://doi.org/10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2023.0067>.
夏良杰, 黄迎, 冯锦茹, 等. 面向策略型消费者的过度自信零售商产品定价与订货决策研究 [J/OL]. *中国管理科学*, 2024–02–08. <https://doi.org/10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2023.0067>.
- [16] CAO B B, FAN Z P, ZHANG H W. Joint pricing and order decision considering disappointment aversion and elation seeking of the retailer [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(7): 82–91.
曹兵兵, 樊治平, 张胡伟. 考虑零售商失望规避与欣喜寻求的定价与订货联合决策 [J]. *中国管理科学*, 2016, 24(7): 82–91.
- [17] CAO B B, FAN Z P, LI H Y, et al. Inventory control and pricing for regret-averse newsvendor [J]. *RAIRO-Operations Research*, 2017, 51(4): 1033–1054.
- [18] DYE C Y. Optimal joint dynamic pricing, advertising and inventory control model for perishable items with psychic stock effect [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 283(2): 576–587.
- [19] FAN T J, XU C, TAO F. Dynamic pricing and replenishment policy for fresh produce [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 139 (106127): 1–14.
- [20] CHEN J H, YU Z Y, LIU W J. Multi-echelon inventory and pricing decision of fresh products with allowable shortage [J]. *Journal of WUT (Information & Management Engineering)*, 2023, 45(6): 913–919.
陈建华, 余忠义, 刘文军. 允许缺货下的生鲜产品多级库存与定价决策 [J]. *武汉理工大学学报 (信息与管理工程版)*, 2023, 45(6): 913–919.
- [21] LI G P, WANG J. Joint pricing and ordering decision for fresh products with the correlation between quality and quantity losses [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2024–03–13. <https://link.cnki.net/urlid/11.2019.o1.20240312.1551.008>.
李贵萍, 王珏. 考虑双重损耗关联的生鲜产品定价-订购联合决策 [J]. *系统科学与数学*, 2024–03–13. <https://link.cnki.net/urlid/11.2019.o1.20240312.1551.008>.
- [22] QIN Y Y, QIN X M. Optimal pricing and lot-sizing for fresh produce with quality and physical quantity deterioration in preservation technology [J]. *Operations Research and Management Science*, 2016, 25(4): 257–264.
覃毅廷, 秦晓敏. 在保鲜条件下物理量和质量同时发生变质的新鲜果蔬库存定价策略 [J]. *运筹与管理*, 2016, 25(4): 257–264.
- [23] FENG L, CHAN Y, CÁRDENAS-BARRÓN L E. Pricing and lot-sizing policies for perishable goods when the demand depends on selling price, displayed stocks, and expiration date [J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, 185: 11–20.
- [24] GOOCH J W. *Encyclopedic dictionary of polymers* [M]. New York: Springer, 2011.
- [25] HOSSAIN M Z, SAMAD Q A, ALI M Z. ARIMA model and forecasting with three types of pulse prices in Bangladesh: a case study [J]. *International Journal of Social Economics*, 2006, 33(4): 344–353.
- [26] CHEN C Z, WANG N. Adaptive selection of crossover and mutation probability of genetic algorithm and its mechanism [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(1): 41–43.
陈长征, 王楠. 遗传算法中交叉和变异概率选择的自适应方法及作用机理 [J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(1): 41–43.
- [27] IBM. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio [EB/OL]. <https://www.ibm.com/cn-zh/products/ilog-cplex-optimization-studio>.

(责任编辑: 孙 娟)